
Czy dzieci mogą wykorzystywać kalkulatory w szkole i w domu?

Ewa Jagiełło

Uniwersytet Przyrodniczo-Humanistyczny
w Siedlcach

Nauczyciel

W XVII wieku kandydatom do zawodu nauczyciela stawiano wysokie wymagania. Zdaniem Stanisława Konarskiego, każdy nauczyciel powinien być przede wszystkim uprzejmy, łagodny, wyrozumiały i przystępny, zarówno w stosunku do kolegów po fachu, jak i uczniów. Nieporozumienia i konflikty w pokoju nauczycielskim nie powinny być przeniesione do klas.

W XIX wieku nauczycielom nadal przypisywano takie cechy, jak: sprawiedliwość, łagodność, moralność. Nauczyciel przede wszystkim miał być wzorem dla dzieci i innych ludzi. Wojciech Izidor Chojnacki opisał przymioty współczesnego mu wychowawcy: „Przymioty ciała: postać nieułamna, wzrok dobry, słuch czysty, wymowa dobra, wiek średni. Przymioty serca: przywiązanie do stanu swego i do dzieci, moralność, a szczególnie łagodność. Przymioty rozumu: roztropność, czytanie dobre, pisanie czytelne i piękne, rachunki, znajomość Filozofii naturalnej, wiadomość Literatury pedagogicznej”¹.

W XX wieku akcentowano intersubiektywne podejście do ucznia w szkole, co oznaczało postrzeganie dziecka jako pełnowartościowej istoty ludzkiej. Głoszono zasadę, respektowania podmiotowości dziecka na scenie życia codziennego: dom, szkoła, czy ulica. Maria Łopatkowa podkreślała, że „Zasadę tę formalnie uznaje zdecydowana większość społeczeństwa, w praktyce jednakże uznaje ją mało kto. A najmniej jest uznawana w domu i w szkole, czyli tam, gdzie istnieje władza rodzicielska i władza nauczycielska”². Nawiązując do takich autorów, jak: Maria Grzegorzewska, J. Władysław Dawid i Stefan Szuman, kładących szcze-

¹ W. I. Chojnacki, *Zasady pierwiastkowe pedagogiki i metodyki*, Warszawa 1815, s. 13–14.

² M. Łopatkowa, *Pedagogika serca*, Warszawa 1992, s. 7.

gólny nacisk na szlachetną osobowość nauczyciela, możemy ukształtować sobie obraz wychowawcy-przyjaciela traktującego ucznia podmiotowo.

Wincenty Okoń określa nauczyciela jako „[...] kogoś, kto uczy innych, przekazując im wiadomości, bądź naucza kogoś, jak żyć. To pierwsze znaczenie ulegało pod wpływem nowych tendencji pedagogicznych znacznej ewolucji, przybliżając się coraz bardziej do znaczenia drugiego. Współczesny nauczyciel staje się więc tym, kto kształci, wychowuje i rozwija znajdujących się pod jego opieką uczniów (dzieci, młodzież, dorosłych)”³.

Arthur Brühlmeier uważa, iż do szczególnych zdań nauczyciela, należy uaktywnienie uczniów i rozbudzenie w nich zainteresowań. „Dzięki temu osiągnie on także inną atmosferę, promieniuje radością, ufnością i aktywnością. Uczniowie wtrącają się, otwierają, współpracują z zaciekawieniem. Dzięki temu pojawiają się sukcesy, a nauczyciel ma okazję, aby wyrazić swoją radość ze sposobu pracy i postępów edukacyjnych dzieci. Radość ta działa na uczniów jako uznanie i zachęta, i również nauczyciel doznaje zadowolenia, że jego wkład pracy opłaci się i w dalszym ciągu się zwraca. To motywuje do dalszych wysiłków z jego strony”⁴.

W literaturze przedmiotu dość często autorzy podkreślają znaczącą rolę nauczyciela w czasach radykalnych przemian i szybkiego tempa życia, podczas procesu kreowania umiejętności samodzielnego myślenia i podejmowania decyzji przez młode pokolenie. W sposób przejrzysty obraz współczesnego świata i edukacji opisuje Colin Rose i Malcolm J. Nicholl:

„Świat zmienia się w coraz szybszym tempie.

Życie, społeczeństwo i gospodarka stają się coraz bardziej złożone.

Radykalnie zmienia się charakter pracy.

Szybciej niż kiedykolwiek dotąd kolejne zawody znikają z rynku pracy.

Narasta era niepewności.

Coraz trudniej znaleźć w przeszłości wskazówki na przyszłość.

Takie są charakterystyczne cechy ostatnich burzliwych lat obecnego tysiąclecia. Takim wyzwaniom muszą stawić czoło rodzice, nauczyciele, przedsiębiorcy i rządy.

W XXI wieku sukces będzie zależał w głównej mierze od tego, w jakim stopniu my i nasze dzieci opanujemy umiejętności radzenia sobie

³ W. Okoń, *Nowy słownik pedagogiczny*, Warszawa 1996, s. 266–267.

⁴ A. Brühlmeier, *Edukacja humanistyczna*, Kraków 1993, s. 27.

z zawrotnym tempem, złożonością i niepewnością. Wszystko jest w naszych rękach.

Przy obecnym tempie zachodzących w świecie zmian musimy posiadać zdolność szybkiego uczenia się. Coraz większej złożoności świata musimy przeciwstawić umiejętność logicznego analizowania sytuacji i twórczego rozwiązywania problemów⁵.

„Samo uczenie nie jest już wystarczające, podstawą jest teraz uczenie się uczenia. Tak wiele jest do nauczenia się, a tak mało jest na to czasu. Nie dość, że mamy coraz więcej wiedzy i technologii do opanowania, to wzrasta tempo ich pozyskiwania i rozwoju. Jesteśmy uczestnikami ewolucyjnej podróży, która przypomina jazdę roller-coasterem w wesołym miasteczku – zaczyna się powoli, ale im dłużej trwa, tym większe tempo przybiera. Na domiar złego nie wymyśliliśmy jeszcze hamulców. [...] Zachodzą olbrzymie zmiany. Dziewięćdziesiąt procent całej wiedzy naukowej zostało zgromadzone za życia pokolenia zrodzonego z początkiem tego stulecia. Miało ono szansę zobaczyć, jak *science fiction* staje się naukowym faktem⁶, a współczesne pokolenie kontynuuje ten proces.

Początek obecnego stulecia określa się mianem edukacji ustawicznej. Postawiono nauczycielom nowe wyzwania. Nauczyciel nie jest już „ogrodnikiem” pielęgnującym dziecko. To „promotor zmian, orędownik wzajemnego zrozumienia i tolerancji. [...] Nauczyciel powinien nawiązać nowy rodzaj relacji z uczniem, przechodząc od roli »solisty« do roli »akompaniatora«, być odtąd nie tyle szefem wiadomości, ile przewodnikiem ucznia w jego poszukiwaniu, organizowaniu i posługiwaniu się wiedzą, kierować umysłami raczej niż je modelować, okazując wszelako wielką stanowczość w odniesieniu do fundamentalnych wartości będących drogowskazami życia⁷.

Dziecko od urodzenia jest jak gąbka, chłonie wszystko, co je otacza, jest ciekawe świata. C. Rose i G. Dryden zwracają uwagę, że „podczas pierwszego roku życia dziecko uczy się setek umiejętności: rozwija i doskonali zmysł słuchu, wzroku, doskonali ruch i koordynację, trenuje równowagę i uczy się języka.

W ciągu pierwszych pięciu lat życia rozwija się 50% zdolności do uczenia się, a następnie 30% rozwija się do 8. roku życia! To oznacza, że

⁵ C. Rose, M. Nicholl, *Uczę się szybciej na miarę XXI wieku*, Warszawa 2003, s. 9.

⁶ J. O'Connor, J. Seymour, NLP, *Wprowadzenie do programowania neurolingwistycznego*, Poznań 1998, s. 242.

⁷ Raport dla UNESCO Międzynarodowej Komisji do spraw Edukacji dla XXI wieku, Edukacja jest w niej ukryty skarb, pod przewodnictwem Jacques'a Delors'a, s. 147 i nast.

rodzice są najważniejszymi na świecie nauczycielami i dom, a później przedszkole, to najważniejsze miejsca uczenia się dziecka”⁸.

Każdy mały człowiek potrafi stawiać pytania i odpowiadać na nie na podstawie własnych eksperymentów, obserwacji i badań. Wszystko go interesuje, nie tylko chce słuchać opowiadań o czymś, nie tylko chce to zobaczyć, ale i dotknąć, zadawać pytania, zrozumieć. I tu już wyłania się rola nauczyciela – przewodnika, który za pomocą zabawy pomaga odkrywać, w jaki sposób działają zmysły podczas codziennych życiowych sytuacji.

Przykładem drogowskazów są zabawy zaproponowane przez Jackie Silberg. Oto przykład jednej z nich – O jakim kształcie myślę? (uczy umiejętności obserwacji):

„Pobawcie się w «O czym myślę?», tym razem wybierając kształty.

Powiedz dzieciom: «O czym myślę? Podpowiedz: jest to okrągłe».

Dziecko które zgadnie poprawnie będzie mogło wybierać następny przedmiot.

Wyszukajcie w ten sposób w otoczeniu również przedmiotów trójkątne i kwadratowe.

Rada: Małe dzieci mogą potrzebować podczas zabawy pomocy”⁹.

Innym przykładem na pobudzenie wyobraźni dziecka, rozwijanie twórczości i wzbogacanie słownictwa dzieci może być rysowanie dowolnych kształtów.

„Jaki kształt narysuj?”

Do tego ćwiczenia zastosujemy przyrząd zwany półkwadratem, na którym m.in. zaznaczona jest oś liczbowa z liczbami po obu stronach zera, co umożliwi sprawdzenie symetrii rysunków i figur geometrycznych oraz kątomierz.

Zadaniem uczniów jest rysowanie za pomocą półkwadratu różnych kształtów”¹⁰.

Technologia w edukacji

Styl nauczania z długopisem czy ołówkiem w rękę jest już zbyt przestarzały, pojawił się on na początku XIX wieku, gdy Nicolas-Louis Robert skonstruował maszynę papierniczą, dzięki której w szkołach zagościły zeszyty i podręczniki. Natomiast w XX wieku powszechne stały się „elektroniczne liczydła” – kalkulatory, których rozmiary z roku na rok coraz bardziej się kurczyły, a dziś możemy z nich korzystać, posługując się zegarkiem, czy też telefonem komórkowym. W XVII wieku na liczby-

⁸ C. Rose, G. Dryden, *Zabawy fundamentalne*, Zespół Transfer Learning Solutions, Gdańsk 2009, s. 4.

⁹ J. Silberg, *Poznanie zmysłów przez zabawę*, Warszawa 2007 r., s. 97 i nast.

¹⁰ *Ibidem*.

dłach wykonywano jedynie podstawowe operacje arytmetyczne i były dostępne tylko dla wybranych. Obecnie najprostsze kalkulatory są bardziej zaawansowane. Umożliwiają nie tylko wykonywanie działań arytmetycznych, lecz także wykonywanie serii obliczeń, a te trochę bardziej złożone nawet pisanie programów, wykonywanie przekształceń algebraicznych, operacji na funkcjach matematycznych oraz graficzną prezentację wykresów funkcji. Naukowcy coraz bardziej upodobniają je do komputerów, niemniej ich działania są ograniczone. Nie można jednak zapominać, iż odrzucanie współczesnej technologii i pracowanie z tradycyjną tablicą, kredą, podręcznikiem i ćwiczeniami z pewnością nie podwyższy jakości pracy szkoły. W życiu codziennym tej metodzie odpowiada użycie miksera: Czy mając do dyspozycji w kuchni mikser elektryczny i trzepaczkę do ubijania piany z białek, wybierzemy trzepaczkę? Teraz wyobraźmy sobie, że jesteśmy w sklepie, stoi kilka osób w kolejce, a pani ekspedientka odstawia kasę (czy kalkulator), wyciąga długopis i kartki, rozpoczynając podliczanie naszych po szczyt wypchanych koszy. Albo też pojawiajemy się w ulubionym banku, gdzie do tej pory obsługiwano nas sprawnie, a dziś przy kasach olbrzymie kolejki. Okazuje się, że w okienku obsługują nasze uczennice, siedzą i liczą z ołówkiem w rękę, a kalkulatory i komputery stoją niewykorzystane. Pytamy, czy się popsuly, a wtedy słyszymy „Nie, ale nikt w szkole nie nauczył nas ich obsługi”. W XXI wieku scena taka byłaby surrealistyczna.

Dłatego smutne jest to, że większość nauczycieli nie chce skorzystać z drzwi, które otwierane są przed nimi dość szeroko. W szkołach praca z kalkulatorem jest mało popularna, nauczyciele, układając lekcje matematyki, fizyki czy chemii, pomijają tę umiejętność. Można powiedzieć, że wśród zwolenników tradycyjnego nauczania używanie kalkulatorów w szkole budzi kontrowersje. Tych nauczycieli trudno przekonać, że współczesne dzieci żyją w świecie pełnym elektroniki. Oto wciąż aktualny przykład: „Na pytanie, czy pozwalać używać kalkulatorów w szkole podstawowej, na ogół nie ma jednoznacznej odpowiedzi. Niektórzy mówią, że zabraniać, jeszcze inni, że przynajmniej w początkowych klasach należy uczyć przede wszystkim zwykłych algorytmów rachowania piśmennego i wobec tego zabraniać używać kalkulatorów, bo to uczy bezmyślności. W tym ostatnim zdaniu, dość często spotykanym, można się dopatrzeć kilku opinii o różnych sprawach”¹¹.

David Fielker tak uzasadnił poglądy o bezmyślnym stosowaniu kalkulatora: „Oczywiście, też musisz rozumieć, co robisz, gdy używasz kal-

¹¹ K. Dałek, M. Dąbrowski, T. Zamek-Gliszczyński, K. Mostowski, W. Zawadowski, *Przekonania i przeświadczenia w sprawie kalkulatorów*, „Nauczyciele i Matematyka”, 1993, nr 3, s. 11.

kulatora. [...] Pomyśl, co się dzieje, gdy musisz obliczyć, ile spalił twój samochód, gdy przebył 237 mil i zużył na to 53,4 litrów benzyny. Musisz zdecydować, co zrobić z tymi dwiema liczbami. Czy mnożysz, czy dzielisz? Jeżeli dzielisz, to co przez co? Czy chciałbyś mieć odpowiedź w milach na litr, czy w milach na galon, a może w kilometrach na litr, albo litrach na sto kilometrów? Jeżeli chciałbyś wiedzieć, ile mil z galona, i to do ciebie przemawia, to jak zamienisz litry na galony, wiedząc, że jeden galon to około 4,546 litrów? I znów: będziesz mnożył, czy dzielił...?”¹²

Trzylatek dostaje na urodziny, imieniny czy z innej okazji samochód na pilota, którego obsługi uczy się bardzo szybko. Podobnie rzecz się ma z prostym czterodziałaniowym kalkulatorkiem, który stał się podstawowym elementem na półce z zabawkami. Ponieważ każde dziecko od najmłodszych lat bawi się w sklep, wówczas korzysta nie tylko z plastikowej kasy, ale i z kalkulatora, który jest dla niego atrakcyjniejszym narzędziem. Obserwuje liczby i inne symbole, pojawiające się podczas naciśnięcia kolejnych klawiszy na klawiaturze. Uczeń więc widzi całą strukturę liczb wraz z podejmowanymi działaniami na nich. Fakt, że dla trzy-, czterolatka wszystko kosztuje złotówkę lub dwa złote, ale z czasem to samo dziecko potrafi dodawać 1 zł 30 gr do 3 zł 40 gr, nie zdając sobie sprawy, że dodaje ułamki dziesiętne (dziesięciny), których jeszcze nie poznał na lekcji matematyki, a zna na podstawie obserwacji życia codziennego.

Dialog z kalkulatorem

Przedszkolak, idąc ulicą, na budynkach domów widzi nie tylko „małe” liczby: 1, 2, ..., ale i „duże” liczby: 121, 345 itd., które go bardzo interesują. Oczekuje odpowiedzi od dorosłego, co one oznaczają i jak się je czyta. Jak wykorzystać tę nabytą przez dziecko na spacerze wiedzę, w początkowych latach nauki matematyki? Działania w tym zakresie przedstawił Marek Pisarki. Wykorzystując „maszynkę do liczenia”, stworzył okazję uczniom do zabawy cyframi i liczbami. Kalkulator posłużył mu do modelowania sytuacji rzeczywistych, uczniowie twórczo i aktywnie uczestniczyli w tworzeniu liczb. Opisane przez niego zajęcia można podzielić na trzy części:

I etap – rozmowa o liczbach

Przykładowe pytania:

Jakie znacze liczb?

¹² D. Fiekler, *Wariactwo pisemnego dzielenia*, „Nauczyciele i Matematyka”, 1993, nr, 3 s. 10.

Po czym poznajecie te liczby?
Jakie znajome liczby rozpoznajecie na ulicy?
Jaki jest największy numer mieszkania w Twojej klatce schodowej?
Agatka mieszka pod numerem 13, a największy numer w jej klatce to 10. Czy to możliwe? Dlaczego?¹³

II etap – zabawa kalkulatorami

Przykład

Wciskaj guziki kalkulatora i obserwuj, co będzie działo się w okienku. Opisz, co zaobserwowałeś. Zrób to jeszcze raz.

Przykład

Ułożyłem z cyferek taką liczbę:

666666

535353

700007

Napisz taką samą liczbę w okienku kalkulatora¹⁴.

III etap – zadania z zamkniętymi oczami.

„Wyobraźcie sobie kalkulator i napiszcie na nim jakąś liczbę.

Policzcie, ile cyfr ma wasza liczba.

Pokażcie na palcach, jaka cyfra jest na początku waszej liczby.

Jaka cyfra jest na końcu twojej liczby?”¹⁵

Inny przykład prezentuje, jak nieco starsze dzieci radzą sobie z dużymi liczbami na kalkulatorze:

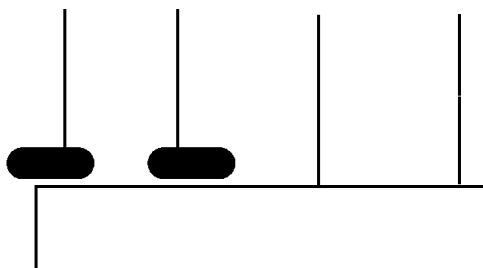
„Nauczyciel pytał ośmioletnią Karolinę, jaka liczba następuje po 2799. Karolina odpowiedziała: dwa tysiące osiemset. Gdy jednak została poproszona o pokazanie tej liczby na swoim kalkulatorze, odpowiedziała, że nie potrafi. «Czy możesz pokazać na kalkulatorze dwa tysiące?» Karolina pokazała to dobrze. «Czy możesz pokazać dwa tysiące trzy na kalkulatorze?» Karolina dobrze pokazywała te liczby aż do 2009. «Jaka jest następna liczba, Karolino?» Karolina odpowiedziała: «Dwa tysiące dziesięć», ale na kalkulatorze pokazała ją jako 200010. Wtedy nauczyciel pokazał Karolinie, że po wciśnięciu na kalkulatorze 2000 plus 6 otrzymamy w jego okienku 2006, a kiedy do 2000 dodamy 13 to otrzymamy 2013. Karolina potem poprawnie wykonała 2000 plus 17 i kilka innych podobnych działań dodawania. Następnie została poproszona o napisanie na kalkulatorze liczby 2039, i zrobiła to doskonale wprost, nie korzystając z działania dodawania. Dla wielu dzieci, nie jest jasne jak zapisywać tysiące. Piotr rozpoczął pracę z abakusem z czterema kołkami, umieścił

¹³ M. Pisarski, *Kalkulatory w klasie zerowej*, Nauczyciele i Matematyka, 1994, Nr 9, s. 22.

¹⁴ *Ibidem*, s. 22.

¹⁵ *Ibidem*, s. 23.

dwa korale jak pokazuje rysunek 1 i powiedział: «To jest jeden tysiąc i jedna setka». «Jak to zapiszesz – zapytał nauczyciel – co tym sądzisz?», a Peter odpowiedział: «Wiem, użyję kalkulatora». Wprowadził do kalkulatora: $1000 + 100 =$ i otrzymał w okienku to, co trzeba¹⁶.



Rysunek 1. Abakus

Te przykłady pokazują, że wiele dzieci korzystających z kalkulatorów na początku trudno odnajdują się wśród dużych liczb określających setki i tysiące, podobnie jak i te dzieci, które z kalkulatorów nie korzystają. Przy czym kalkulator daje dodatkowy sposób badania, co znaczą cyfry umieszczone w odpowiednich miejscach dziesiętnych, jak w przypadku Karoliny i Piotra”.

Widzimy więc, że użycie kalkulatorów przez dzieci umożliwiło im samodzielne eksperymentowanie na lekcjach matematyki, odkrywanie pewnych zależności, wizualizację tego, co słyszały akustycznie. Dzieci prowokowane były do ciągłego odpowiadania, zadawania pytań i wyciągania wniosków. Duże liczby nie przerażają uczniów, jeśli w posługiwaniu się nimi czują się swobodnie.

Tak więc kalkulator nie tylko pokazuje liczby, ale i pomaga wykonywać działania na nich. Aby przekaz wizualny był lepszy, możemy jednocześnie zaznaczać pojawiające się w okienku kalkulatora liczby na osi liczbowej. Tym bardziej że różne modele osi liczbowej uczniowie spotykają w realnym życiu.

Przykład

Co widzimy w okienku kalkulatora po jego włączeniu?

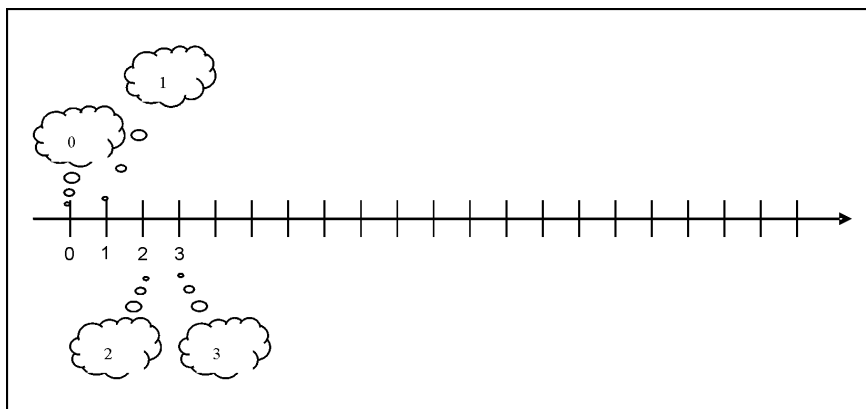
Odp. 0 {Zaznaczmy to w odpowiednim miejscu na osi liczbowej.}

Naciśnijmy: 1. Co nam się pojawi? Nazwij otrzymaną liczbę.

Odp. 1 {Zaznaczmy w odpowiednim miejscu na osi liczbowej.}

¹⁶ H. Shuard, A. Walsh, J. Goodwin, V. Worcester, *Calculators, children and mathematics*, Enterprises Ltd Great Britain 1991, s. 13. Tłumaczenie Ewa Jagiełło.

- A teraz $+1=$, co otrzymamy?
 Odp. 2 {Zaznaczmy w odpowiednim miejscu na osi liczbowej.}
 Potem $+1=?$
 Odp. 3 {Zaznaczmy w odpowiednim miejscu na osi liczbowej.} itd.



Rysunek 3. Oś liczbowa

Zauważmy, że w zapisach warto stosować, dla porządku, pewien system: pytanie zawsze zapisujemy od nowej linii, z akapitem 6 spacji. Natomiast odpowiedź, która pojawia się w okienku kalkulatora, zapisujemy od nowej linii bez akapitu. Np. tak:

$$2+3=$$

5

$$\text{naciśnij } \times 4 = 20$$

To bardzo ułatwia odczytywanie tego, co zostało wykonane na kalkulatorze.

Kolejnym trudnym zagadaniem dla uczniów są liczby ujemne, zaczyna wówczas brakować wyobraźni. Kalkulator może wprowadzić w świat liczb ujemnych – można je wówczas zobaczyć i odnaleźć miejsce na osi liczbowej. Oto bawimy się w grę podobną do chińczyka: rzucamy dwoma kostkami: czerwoną i niebieską. Dzieci stają w pozycji „zero” na zaznaczonej na podłodze osi liczbowej, z opisanymi liczbami, od zera do np. dwunastu. Liczby na lewo od zera odczytujemy z dodatkiem „minus”, np. „minus dwa: „minus siedem”. Każde dziecko rzuca jednocześnie dwoma kostkami i posuwa swój żeton (lub inny przypisany mu znak) tyle miejsc na lewo, ile wskazuje kostka czerwona, i potem tyle miejsc na prawo, ile wskazuje kostka niebieska. Wygrywa to dziecko, które pierwsze dotarło do 12. W grze mogą też uczestniczyć dwa zespoły (reguły są

ustalane wraz z nauczycielem przed rozpoczęciem rozgrywek) ustalają z nauczycielem odpowiedni regulamin gry. Ważne jest używanie odpowiedniego języka matematycznego w czasie gry (nie „odjąć pięć” ale „minus pięć” i posuwanie odpowiednio tego swojego pionka). Język arytmetyki przy użyciu kalkulatora znacznie się różni od języka tradycyjnej arytmetyki. Przestrzeń mentalna gry, negocjowanie znaczeń, posunięcia w grze, pionki, analiza postępowania nauczyciela i ucznia z punktu widzenia gry, uczestnictwo w grze jest uczestnictwem w kulturze, której częścią jest język, zabawa oraz gra.

Mówimy więc o słowie „gra” jak je rozumiał Ludwig Wittgenstein (w języku polskim znamy inne znaczenie i zastosowanie tego słowa). W tym wypadku należy „wyobrazić sobie obszar znaczeniowy, obejmujący pola semantyczne”¹⁷ dwóch terminów: zabawa i gra. Dlaczego zabawa i gra? Filozof używał słowa niemieckiego „spiel”, co oznacza grę (towarzyską), zabawę¹⁸.

Marta Wołos przedstawiła przybliżony schemat znaczeniowy tego słowa w korelacji z językiem polskim¹⁹:

SPIEL = GRA + ZABAWA

Ludwig Wittgenstein, mówiąc o „spiel”, jednocześnie snuł rozważania nad językiem, komunikacją językową pomiędzy partnerami podczas rozgrywek. Język, którym się posługujemy, ma pewne reguły, zasady, podobnie jak każde postępowanie człowieka. Można go zatem porównywać do gry. Pewnego razu szedł przez pole, na którym rozgrywano mecz piłki nożnej, i to, co usłyszał, dało zaczątek „gier językowych”. Na tym polu nie tylko widział biegających za piłką piłkarzy, słyszał słowa, które łączono w krótkie zwroty lub całe zdania. Zdanie stało się narzędziem, a nie obrazem rzeczywistości jak w *Traktacie*:

„4.01 Zdanie jest obrazem rzeczywistości. Zdanie jest modelem rzeczywistości, jak ją sobie myślimy.

4.011 Na rzut oka zdanie – tak jak wygląda, dajmy na to wydrukowane na papierze – nie wydaje się obrazem rzeczywistości, której dotyczy. Ale i nuty nie wydają się na pierwszy rzut oka obrazem muzyki, ani pismo fonetyczne (literowe) – obrazem mowy.

A jednak i w sensie potocznym symboliki te okazują się obrazem tego, co przedstawiają.

¹⁷ M. Wołos, *Koncepcja „gry językowej” Wittgensteina w świetle badań współczesnego językoznawstwa*, Kraków 2002, s. 17.

¹⁸ *Wielki słownik niemiecko-polski*, A. Dargacz (red.), Poznań 2007, s. 952.

¹⁹ M. Wołos, *op. cit.*, s. 17.

4.012 Jest oczywiste, że zdanie postaci «aRb» odbieramy jako obraz. Znak jest tu jawnie podobizną tego, co oznacza.

(...)

4.021 Zdanie jest obrazem rzeczywistości. Albowiem rozumiejąc je, znam przedstawianą

przez nie sytuację. A rozumiem je, choć mi jego sensu nie objaśniono.

4.022 Zdanie *pokazuje* swój sens.

(...)

4.03 (...)

Zdanie tylko o tyle coś mówi, o ile jest obrazem²⁰.

Istotą sprawy nie było tylko to, aby umieścić piłkę w bramce, ale przestrzegać ustalonych reguł.

Ludwig Wittgenstein stwierdził, że „grą językową nazywać [...] będę całość złożoną z języka i z czynności, w które jest on wpleciony”²¹.

O co toczy się gra? Równie dobrze można wypowiedzieć to pytanie patrząc na dialog prowadzony między uczniem a kalkulatorem. Każdy z nich wypowiada zdania, wykonywane są pewne czynności, obowiązują z góry ustalone zasady, jest zabawa.

Przykład

Wybierz dowolną liczbę od 0 do 9 zaznaczoną na osi liczbowej i odejmij od niej na kalkulatorze 1, potem od otrzymanego wyniku też odejmij 1, itd. Możemy taki dialog z kalkulatorem zapisać następująco:

4

-1 =

3

=

2

Co będzie, gdy jeszcze raz naciśniemy na znak =?

=

1

=

0

Co będzie, gdy naciśniemy na znak =?

=

-1

Co będzie, gdy naciśniemy na znak =?

=

-2

=

-3

²⁰ L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, przełożył i wstępem opatrzył: B. Wolniewicz, Warszawa 1997.

²¹ L. Wittgenstein, *Dociekania filozoficzne*, Warszawa 2000, s. 12, § 7.

Uwaga: Otrzymane liczby uczniowie zaznaczają na osi liczbowej na lewo od zera.

Przyglądając się rozmieszczeniu liczb całkowitych na osi zwracamy uwagę, iż liczba naturalna np. 3 oraz do niej przeciwna -3 leżą symetrycznie w takiej samej odległości od zera.

Co oznacza znak „=” na kalkulatorze wszyscy wiedzą (znaczy „proszę o wynik”), ale mało kto wie jaką funkcję spełniają klawisze M+, M-, M^R_C. Uczeń, mając do rozwiązania działania:

$$(45 - 13) \cdot (3 + 5) =$$

oblicza te wyniki, które zgodnie z regułami matematycznymi powinno się wykonać w pewnej kolejności, poszczególne rozwiązania zapisuje, a potem z ich wykorzystaniem oblicza się ostateczny produkt.

Jak odejść od tego schematu, przeprowadzając pełny dialog z kalkulatorem?

Przykład

Pomyśl dowolną liczbę i zapisz ją w okienku kalkulatora. (p.. 7)

7

Wciśnij klawisz M+.

^m 7 (znaczek ^m wskazuje, że w pamięci jest liczba różna od zera)

Wciśnij klawisz ON/C.

^m 0

Wciśnij klawisz M^R_C.

^m 7

Wciśnij jeszcze raz klawisz M^R_C

7 (znaczek ^m zniknął, to znaczy podwójne wywołanie z pamięci zeruje pamięć)

W podobny sposób zbadaj, co spowoduje naciśnięcie klawisza M-.

Po rozpoznaniu funkcji klawiszy M+, M- obliczenie $(45-13)$ razy $(3+6)$, podane powyżej, uczeń może wykonać na kalkulatorze bez ołówka w rękę, następująco:

$$45 - 13 = 32$$

M+

^m 32 (w pamięci jest 32)

$$3 + 5 =$$

^m 8

$\times M^R_C M^R_C =$ (znaczek ^m zniknął, w pamięci jest zero)

256

Przytoczone przykłady obrazują, jak można wykorzystać kalkulator na lekcji matematyki, aby usprawnić nauczanie w szkole arytmetyki,

czyli nauki o liczbach. Nowa podstawa programowa pozwala i zachęca do używania kalkulatorów²².

Nie jest jasne, czy autorzy testów i zadań egzaminacyjnych pójdą za tą zachętą. Od tego zależy, czy kalkulatory uzyskają uznanie w szkole, bo nauczyciele przede wszystkim przygotowują młodzież do egzaminów i testów.

WNIOSKI DLA PRAKTYKI EDUKACJI

Dydaktyczne walory kalkulatora:

- pozwala uniknąć zbędnych błędów;
- odciąża od rachunków i pozwala skupić się na rzeczach istotnych, dokonywać odkryć poszukiwanej zależności;
- umożliwia posługiwanie się arytmetyką bez rachunkowych błędów osobom, które nigdy nie opanują bezbłędnie tabliczki mnożenia i działań pisemnych;
- zwiększa efektywność pracy, pozwala uniknąć na lekcji nużących dłużej;
- ułatwia wizualizację matematyki;
- sprzyja personalizacji matematyki;
- eliminuje braki w zakresie podstawowych umiejętności „pozaszkolnych”;
- pomaga mniej zdolnym uczniom;
- niezależnie od uzdolnień matematycznych pozwala na zdobywanie wiedzy na drodze swobodnego eksperymentowania i przyzwyczajają do takiego postępowania;
- praca z kalkulatorem jest dla ucznia mobilizująca;
- uczy właściwego korzystania z wytworów współczesnej techniki.

SUMMARY

Is it possible to use calculators on lessons of Mathematics? This question is asked by every teacher of Mathematics. Among teachers we can distinguish real opponents as well as enthusiasts. Researchers are also trying to seek for the answer, they carry out experiments and observe activities of the examined. Those ones, who consequently reject applying even the simplest calculators on lessons of Mathematics, claim that every pupil at school should “make calculations in mind well”. Simultaneously they state, that the tasks ought to be adjusted to intellectual possibilities of a child. What attitude to apply if there is a pupil able to

²² W. Zawadowski, *Co dobrego można powiedzieć o nowej podstawie programowej?*, Materiały pokonferencyjne XVIII Krajowej Konferencji Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki w Radomiu, Bielsko-Biała, 2009.

solve even complicated tasks, but he or she makes mistakes in calculations? Which engineer will we go to, this one, who uses a calculator to eliminate accidental mistakes made unintentionally while concentrating on more essential issues, or to such an engineer, who "makes calculations in his mind" but his bridges break up?

Mathematics is a difficult subject in a school repertoire, we are searching for new syllabi, and together with them, suitable books to make our and our pupils' work easier. Maybe it is enough to change the conception of our work and start visualization of Mathematics. A calculator can become a cheap tool enabling to overcome difficulties and emotional barriers. Work with a calculator is mobilizing for pupils. Contact with this tool influences on creating additional, positive emotions.